

CHAPITRE 7 : LOIS DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

I. INTRODUCTION

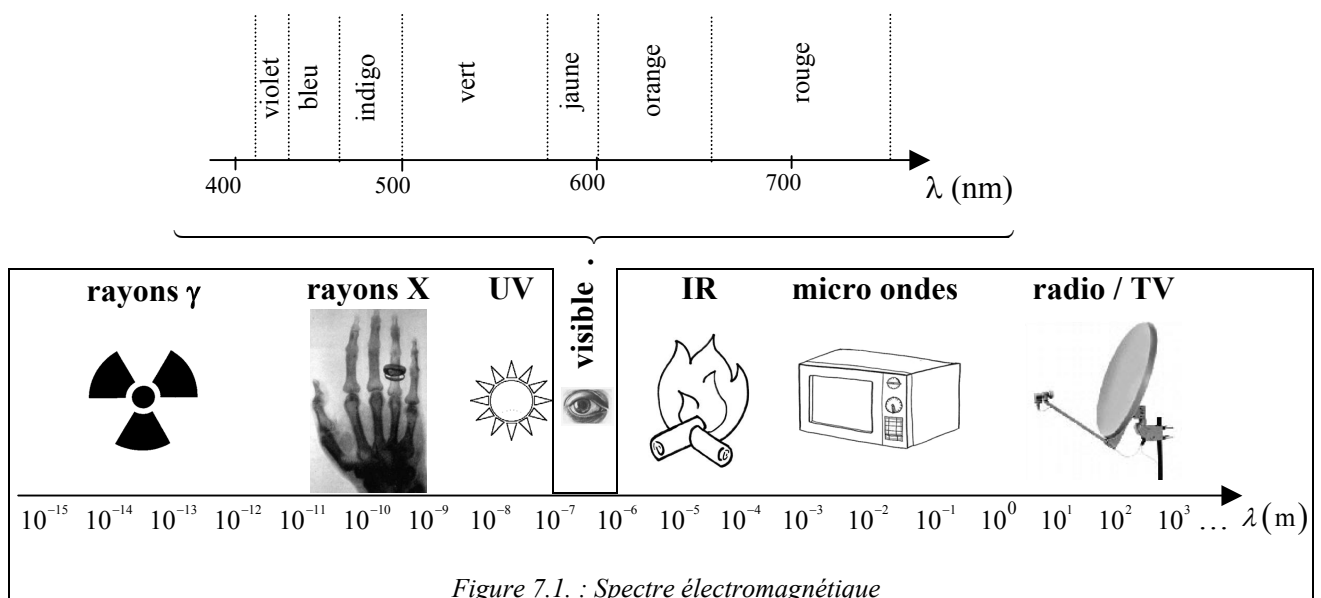
Nous abordons maintenant le dernier domaine de la physique que nous rencontrerons dans cette partie d'année : l'optique, i.e. l'étude de la lumière. Nous nous limiterons à l'approximation de l'optique géométrique, dans laquelle la lumière peut être considérée comme se propageant sous forme de *rayon lumineux*. Nous en présenterons ici les lois générales, qui nous permettront dans le prochain chapitre d'étudier la formation des images. Les notions que nous aborderons sont très d'une grande importance en physique. En effet, dans son domaine de validité, l'approximation de l'optique géométrique est transposable directement à tous les phénomènes ondulatoires : les rayons lumineux dans un télescope, les rayons acoustiques lors d'une échographie et les électrons dans un microscope électronique se traitent dans le même formalisme mathématique.

II. RAPPELS SUCCINCTS SUR LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Les ondes électromagnétiques seront étudiées en deuxième année, rappelons ce que nous en savons du programme du lycée. Elles se propagent dans le vide à la vitesse limite :

$$c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1} \approx 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

et sont caractérisées par leur *longueur d'onde dans le vide* dont les valeurs *actuellement détectables* s'étalent sur une plage allant de la dimension d'un proton à plusieurs centaines de kilomètres (figures 7.1.). Bien que l'œil humain ne soit sensible qu'à une infime partie de ces radiations, nous appellerons « lumière » toute radiation électromagnétique.



Dans un milieu matériel transparent, la vitesse de propagation v de la lumière est inférieure à c . L'*indice optique* n du milieu est défini par la relation :

$$n = \frac{c}{v}$$

L'indice optique est donc sans dimension. Quelques exemples sont donnés en figure 7.2. : on y voit que l'air est une bonne approximation du vide en optique.

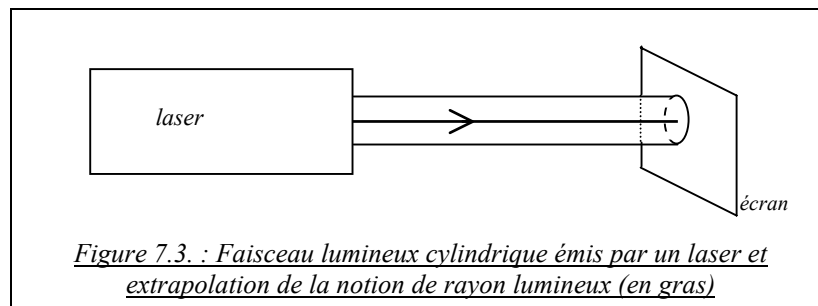
Eau $n = 1,33$	Verre "Crown" $n = 1,52$	Diamant $n = 2,16$	Air (1 bar, 0°C) $n = 1,00029$
-------------------	-----------------------------	-----------------------	-----------------------------------

Figure 7.2. : Exemples d'indices optiques

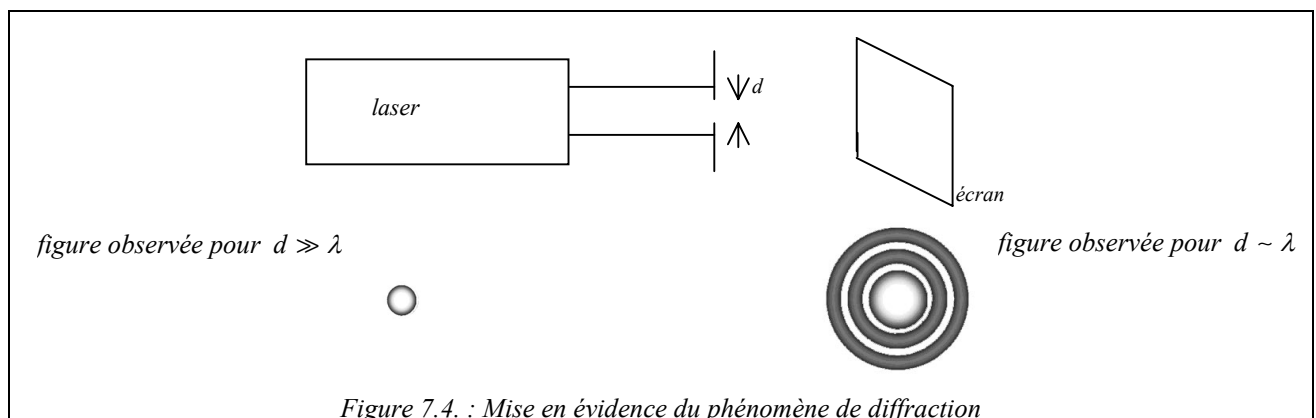
Enfin, si l'on éclaire avec un laser le réservoir d'un thermomètre (peint en noir afin d'absorber un maximum de lumière), la température affichée augmente : les ondes électromagnétiques transportent donc de l'énergie.

III. APPROXIMATION DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE : RAYON LUMINEUX

Eclairons un écran à l'aide d'une source laser : la figure observée sur l'écran est une tache circulaire. Si de la poussière est présente sur le trajet du faisceau lumineux, celle-ci diffuse la lumière dans toutes les directions et nous pouvons visualiser le faisceau : c'est un cylindre. On appelle *rayon lumineux* l'idéalisation d'un tel faisceau de diamètre tendant vers zéro¹. On le représente avec une courbe orientée dans le sens de propagation de la lumière (figure 7.3.) :



L'optique géométrique est l'étude de ces rayons lumineux. Nous savons depuis la seconde que, dans un milieu homogène, les rayons lumineux sont rectilignes (c'est le principe de la *propagation rectiligne de la lumière*, établi expérimentalement). Un rayon lumineux est-il réalisable en pratique ? Pour le savoir, on peut placer un diaphragme circulaire sur le trajet du faisceau et diminuer progressivement son diamètre. On observe que, lorsque le diamètre d du diaphragme devient comparable à la longueur d'onde de la lumière utilisée, la figure lumineuse observée sur l'écran n'est plus la simple projection du diaphragme : la lumière s'étale (figures 7.4.), ce qui montre l'impossibilité d'isoler un rayon lumineux. On a mis ainsi en évidence le phénomène de *diffraction*, déjà rencontré en terminale et que nous expliquerons en deuxième année par la nature ondulatoire de la lumière.



¹ En optique corpusculaire, on montre que les rayons lumineux coïncident avec les trajectoires des photons (« particules » de lumière).

On retiendra donc que l'*approximation de l'optique géométrique* est valable lorsque toutes les dimensions L du problème sont très grandes devant la longueur d'onde λ de la lumière :

$$L \gg \lambda$$

Si ce n'est pas le cas, la théorie plus élaborée de l'optique ondulatoire est nécessaire pour expliquer le comportement de la lumière. Nous nous restreindrons dans ce chapitre aux situations qui vérifient l'approximation de l'optique géométrique, les phénomènes de propagation plus généraux étant au programme de la deuxième année.

IV. LOIS DE SNELL-DESCARTES, CONSEQUENCES

Ces lois, découvertes expérimentalement par le savant arabe Ibn Sâhl au X^{ème} siècle et retrouvées par l'allemand Snell et le français Descartes au XVII^{ème}², caractérisent le comportement d'un rayon lumineux rectiligne à l'interface entre deux milieux homogènes (i.e. d'indice optique constant).

On constate expérimentalement qu'un faisceau lumineux se scinde généralement en deux lorsqu'il arrive sur un dioptre (i.e. un interface entre deux milieux) : une partie de l'énergie lumineuse du faisceau est transmise (ou *réfractée*) tandis que l'autre est réfléchi. Dans le cas d'une vitre, environ 96% de l'énergie lumineuse est transmise.

1) Lois de la réflexion

On considère le rayon lumineux réfléchi au point I par un dioptre (figure 7.5.). La *normale* au dioptre est la droite passant par I et perpendiculaire au dioptre (en pointillés sur la figure). On appelle *plan d'incidence* le plan contenant le rayon incident et la normale (ici le plan de la feuille). Les angles *incident* i et *réfléchi* j sont mesurés *algébriquement* de la normale vers le rayon considéré : ils sont comptés positivement dans le sens direct et négativement sinon.

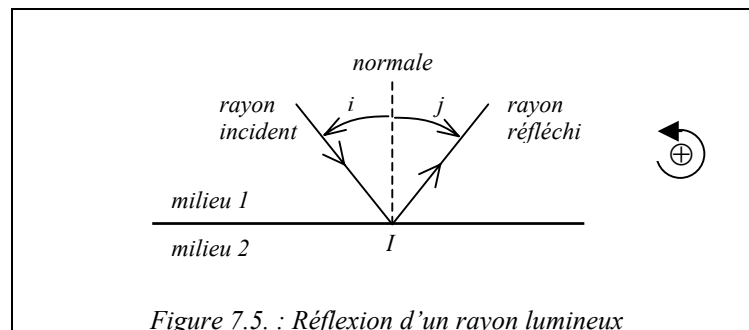


Figure 7.5. : Réflexion d'un rayon lumineux

Historiquement, les lois de la réflexion sont énoncées ainsi :

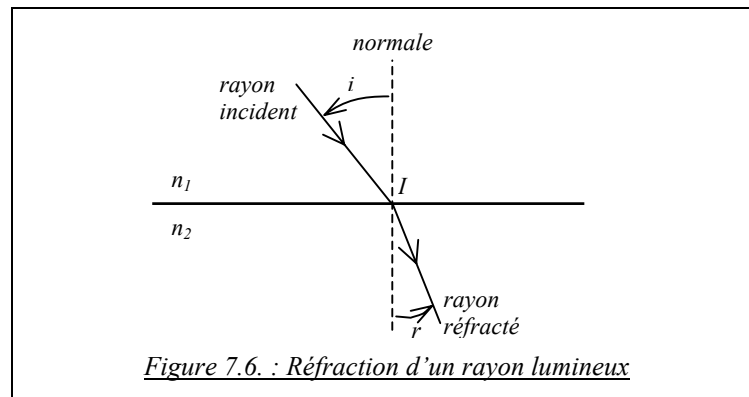
- Le rayon réfléchi est contenu dans le plan d'incidence.
- Les angles incidents et réfléchis sont liés par la relation :

$$j = -i$$

2) Lois de la réfraction

On considère le rayon lumineux réfracté du milieu 1 (d'indice optique n_1) au milieu 2 (d'indice optique n_2) (figure 7.6.).

² Descartes acheva des travaux commencés par Kepler, qui avait déjà étudié le cas des petits angles afin d'élaborer une lunette astronomique.



Les lois de la réfraction sont :

- Le rayon réfracté est contenu dans le plan d'incidence.
- L'angle réfracté et l'angle incident sont liés par la relation :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

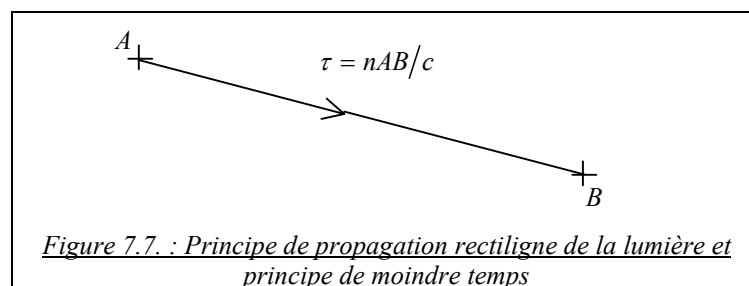
Si le milieu 2 est plus réfringent que le milieu 1 ($n_2 > n_1$), le rayon lumineux se rapproche à la traversée du dioptre.

3) Lois de Descartes et principe de moindre temps

a. Principe de moindre temps

Il peut sembler étrange que la direction du rayon réfracté puisse se déduire de la vitesse de la lumière dans les milieux considérés³. Nous allons développer ici des arguments qui permettent de le comprendre.

D'après le principe de propagation rectiligne, pour aller d'un point A à un point B , la lumière emprunte le segment AB , i.e. le chemin le plus court possible (figure 7.7.).

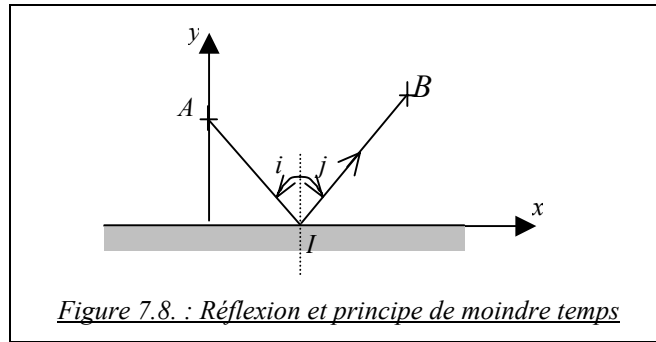


Nous pouvons lier cette propriété de la lumière à sa vitesse de propagation en postulant le *principe de moindre temps* : pour aller d'un point A à un point B , la lumière emprunte le chemin de plus courte durée. Dans un milieu homogène d'indice optique n , le rayon liant A à B en un temps minimum est bien le segment de droite AB , de durée de parcours $\tau = nAB/c$.

b. Réflexion et principe de moindre temps

Le principe de moindre temps permet de justifier les lois de la réflexion (figure 7.8.).

³ Au XVII^e siècle, la connexion entre indice et vitesse de la lumière n'avait d'ailleurs pas été faite. Galilée venait de pressentir que la lumière avait une vitesse finie mais son expérience pour la mesurer avait échoué.



La lumière se propageant dans un milieu homogène, le rayon lumineux issu de A , réfléchi par le dioptre et passant par B et vérifiant le principe de moindre temps sera le rayon de longueur minimale. Pour que la longueur soit minimale, le rayon doit s'inscrire dans le plan orthogonal au dioptre contenant A et B : on retrouve simplement la première loi de la réfraction⁴. Le problème se réduit donc à trouver l'abscisse du point I . De plus, la longueur du rayon AB s'écrit :

$$\ell = \sqrt{x_I^2 + y_A^2} + \sqrt{(x_B - x_I)^2 + y_B^2}$$

Cette longueur sera minimale si :

$$\frac{d\ell}{dx_I} = 0 \Rightarrow \frac{x_I}{\sqrt{x_I^2 + y_A^2}} - \frac{x_B - x_I}{\sqrt{(x_B - x_I)^2 + y_B^2}} = 0$$

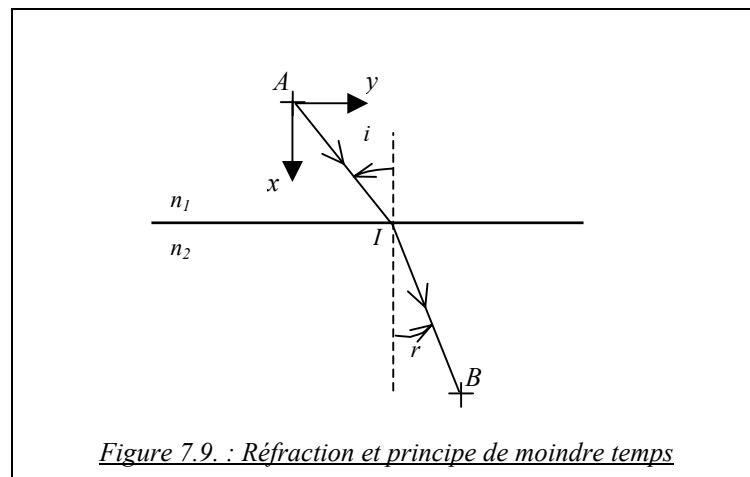
soit :

$$\sin i + \sin j = 0$$

Comme $|i|, |j| < \pi/2$, nous avons retrouvé la deuxième loi de la réfraction.

c. Réfraction et principe de moindre temps

Envisageons maintenant le cas d'un interface entre deux milieux homogènes (figure 7.9.), et posons nous la question de savoir quel est le rayon lumineux qui minimise la durée de parcours pour aller de A à B .



Nous savons déjà qu'un rayon est rectiligne dans un milieu homogène : on en déduit que le rayon lumineux recherché est une ligne brisée à l'interface, au point I . Pour que la durée du parcours soit minimale, le rayon doit s'inscrire dans le plan orthogonal au dioptre⁵ : on retrouve ainsi la première

⁴ Plus rigoureusement, si on choisit une base telle que $z_A = z_B = 0$, on demande à la cote z_I de vérifier :

$$\frac{\partial \ell}{\partial z_I} = 0 \Rightarrow z_I = 0$$

⁵ idem

loi de la réfraction. Le problème se réduit donc à trouver l'ordonnée y_I du point I . La durée de parcours de A à B est (avec $x_A = y_A = 0$) :

$$\tau = \frac{n_1}{c} \sqrt{x_I^2 + y_I^2} + \frac{n_2}{c} \sqrt{(x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2}$$

Cette durée est minimale si :

$$\frac{\partial \tau}{\partial y_I} = 0 \Rightarrow \frac{n_1}{c} \frac{y_I}{\sqrt{x_I^2 + y_I^2}} - \frac{n_2}{c} \frac{y_B - y_I}{\sqrt{(x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2}} = 0$$

soit :

$$\frac{n_1}{c} \sin i - \frac{n_2}{c} \sin r = 0$$

i.e. la deuxième loi de Descartes de la réfraction. Le principe de moindre temps nous permet donc de comprendre que la direction du rayon réfracté est lié à la vitesse de la lumière dans les milieux. Tout se passe donc comme si la lumière « savait » où elle veut se rendre et sélectionnait pour y aller le chemin le plus rapide, à la manière d'un maître nageur qui cherche à atteindre un nageur en péril et optimise son trajet, connaissant ses vitesses de course et de nage.

Remarque :

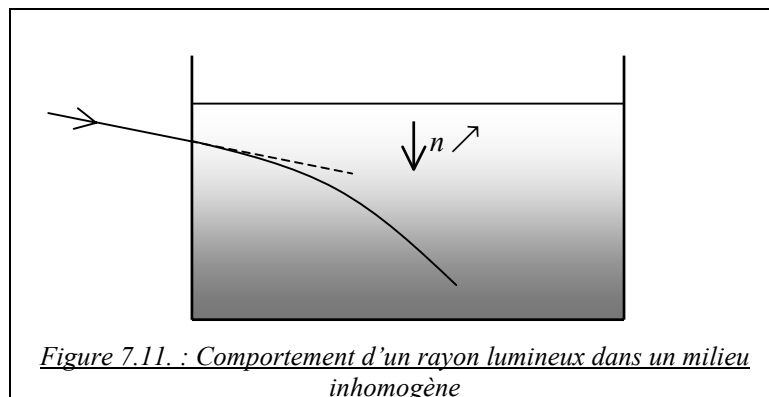
Ce principe de moindre temps, aussi appelé *principe de Fermat*, est historiquement le premier principe *variationnel*. De tels principes postulent que, parmi toutes les évolutions envisageables pour un système physique, l'évolution réelle est celle qui réalise l'extremum d'une certaine grandeur physique. Les principes variationnels sont des guides fructueux en physique théorique actuelle.

d. Retour inverse de la lumière

Il résulte du principe de moindre temps que le rayon joignant A à B est identique au rayon joignant B à A . Cette conséquence est nommée *principe de retour inverse de la lumière*.

4) Milieux inhomogènes

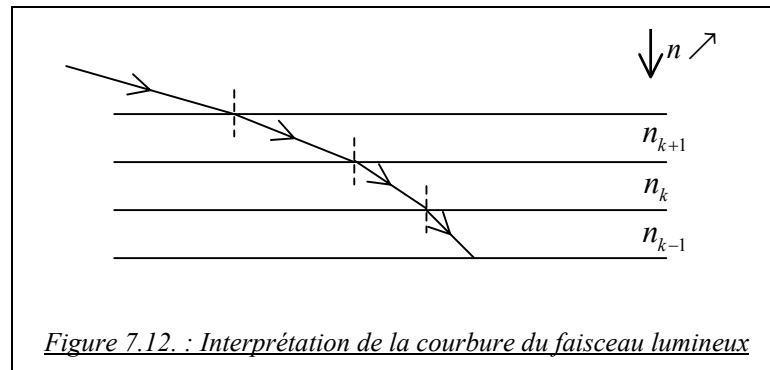
Dissolvons une forte quantité de sucre dans un aquarium rempli d'eau (la solubilité du saccharose est de 2 kg/L). Si on laisse reposer cette solution suffisamment longtemps, il s'établit par gravité un gradient de concentration dans l'aquarium : la concentration en sucre augmente continuellement de la surface jusqu'au fond. L'indice optique de la solution augmentant avec la concentration, on a réalisé ainsi un milieu inhomogène. On constate expérimentalement qu'un faisceau laser est courbé vers les indices croissants (figure 7.10.).



On peut expliquer ce comportement ⁶ en découpant le milieu par la pensée en « tranches » élémentaires d'égalles concentrations (figure 7.12.). Appliquons la deuxième loi de la réfraction à un rayon lumineux pénétrant dans cette solution :

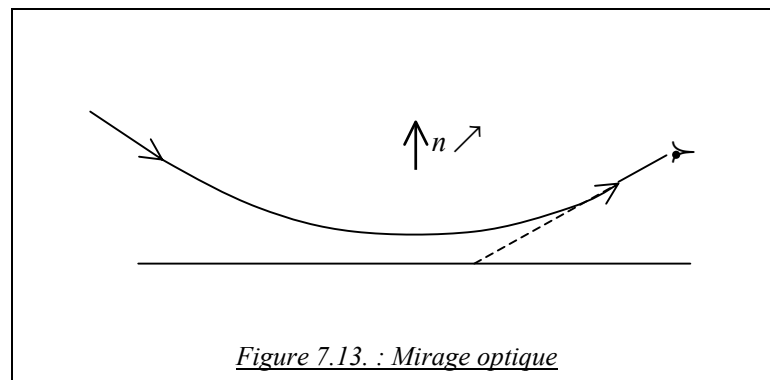
$$n_k \sin i_k = \text{cte}$$

Donc, à mesure que l'indice augmente, l'angle d'incidence diminue : cela explique la courbure du faisceau vers les indices croissants.



Exemple : Mirage optique

Lorsque le sol est très chaud, l'air à son voisinage est chauffé, donc moins dense, donc d'indice plus faible. Les rayons lumineux provenant du ciel sont donc courbés vers le haut : on « voit » donc des nappes d'eau, qui ne sont en fait que les reflets du ciel (figure 7.13.).



V. REFRACTION LIMITE ET REFLEXION TOTALE

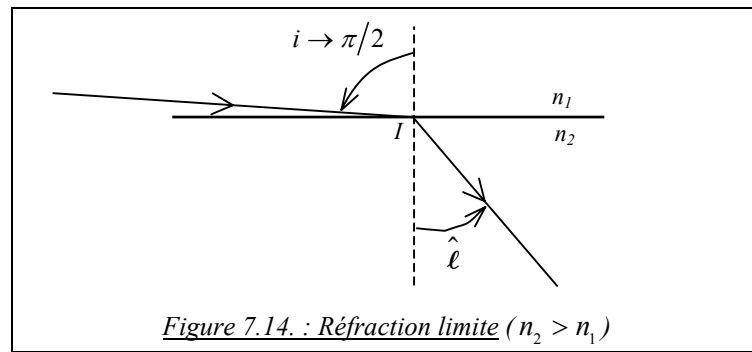
1) Angle de réfraction limite

Considérons la réfraction d'un rayon lumineux, dans le cas où le deuxième milieu est plus réfringent que le premier ($n_2 > n_1$): la deuxième loi de la réfraction indique que le rayon se rapproche de la normale à la traversée du dioptré. Si l'angle d'incidence tend vers $\pi/2$ (incidence rasante), l'angle réfracté tend vers l'angle de réfraction limite $\hat{\ell}$ du dioptré :

$$n_1 \sin(\pi/2) = n_2 \sin \hat{\ell} \Rightarrow \hat{\ell} = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$$

Il ne peut donc pas exister de rayon réfracté tel que $r > \hat{\ell}$ (figure 7.14.). Comme nous le verrons en exercice, cette propriété est utilisée pour la mesure d'indice dans les réfractomètres.

⁶ notre étude restera qualitative, tout développement quantitatif étant hors programme.

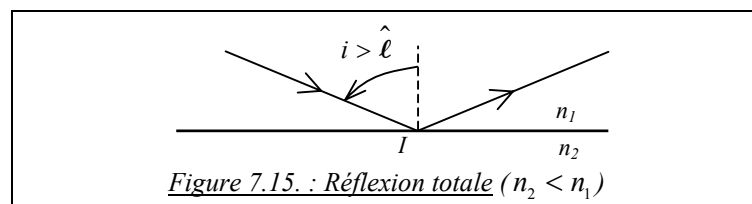
Exemple :

Pour un dioptre *air – eau*, on calcule : $\hat{\ell} \approx 49^\circ$

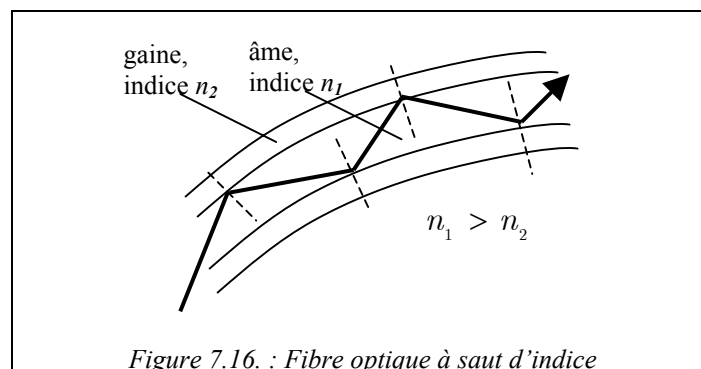
Pour un dioptre *air – verre*, on calcule : $\hat{\ell} \approx 42^\circ$

2) Réflexion totale

A l'inverse, si le deuxième milieu est moins réfringent que le premier, le rayon s'écarte de la normale. D'après le principe de retour inverse de la lumière et le paragraphe précédent, l'angle réfracté varie de 0 à $\pi/2$ lorsque le rayon réfracté varie de 0 à $\hat{\ell}$. Il n'existe donc plus de rayon réfracté pour $i > \hat{\ell}$: la lumière incidente est intégralement réfléchie. C'est le phénomène de *réflexion totale* (figure 7.15.). En pratique, on s'en sert pour *canaliser* la lumière.

Applications :• Fibre optique à saut d'indice

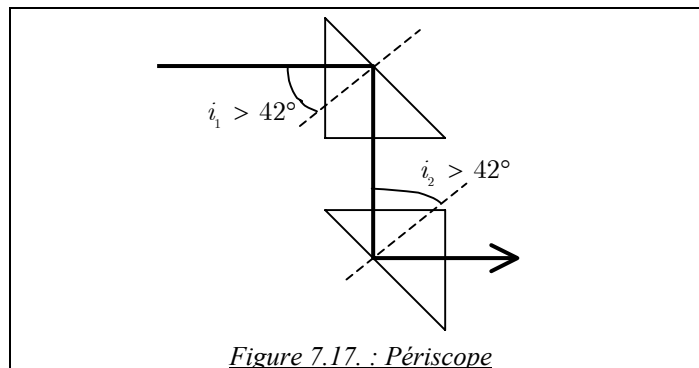
Les premières fibres optiques étaient réalisées avec tube interne (l'âme) entouré d'une gaine d'indice de réfraction inférieur. On injectait dans l'âme des rayons lumineux de telle sorte que l'angle d'incidence à l'interface âme-gaine soit supérieur à l'angle limite. Le rayon lumineux chemine alors dans la fibre par une suite de réflexions totales (figure 7.16.). Sur la figure, les normales au dioptre pour les différents points d'incidence sont représentées par des segments en pointillé.



De nos jours, on construit des fibres optiques à gradient d'indice, c'est à dire que l'indice du milieu change progressivement de l'âme à la gaine. Les rayons lumineux suivent alors des trajectoires courbes et on parvient à minimiser les pertes d'information.

- Périscope

Un périscope est composé de deux prismes rectangles en verre, il permet d'observer en restant caché. L'angle d'incidence sur leur face de sortie est égal à $45^\circ > \hat{\ell}$, il y a donc réflexion totale sur ces faces (figure 7.17.).

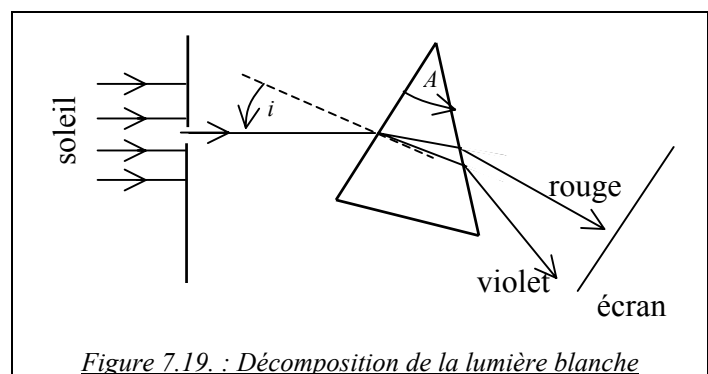
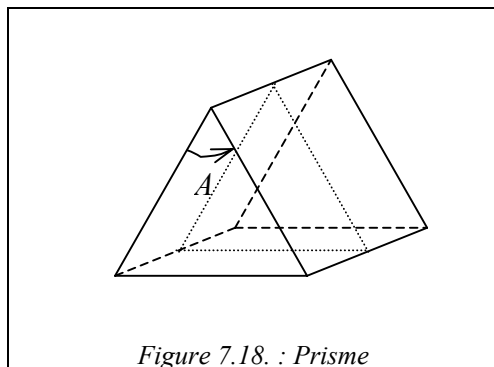


On pourrait réaliser un dispositif équivalent avec deux miroirs, mais les qualités mécaniques des prismes sont meilleures.

VI. PRISMES

1) Décomposition de la lumière blanche par un prisme

Un prisme est un milieu homogène, généralement en verre, délimité par deux dioptries non parallèles (figure 7.18.). L'angle A est appelé *angle au sommet* du prisme. On éclaire en général un prisme sur une de ses sections (en pointillés sur la figure) : on le représentera donc comme un triangle.



Newton décrit, en 1666, l'expérience de décomposition de la lumière blanche par un prisme, qu'il qualifie de « la plus étrange sinon la plus importante révélation faite à ce jour des opérations de la Nature ». En éclairant l'arrête d'un prisme avec un faisceau de lumière solaire (figure 7.19.), il constate sur l'écran l'apparition de toutes les couleurs de l'arc-en-ciel : c'est le spectre de la lumière blanche.

En sélectionnant une seule de ces couleurs avec une fente et en plaçant un deuxième prisme à la place de l'écran, il constate de plus que cette couleur ne s'étale plus. Il en déduit que la lumière blanche est une lumière complexe, composée de toutes les couleurs de l'arc-en-ciel qui sont les couleurs « élémentaires ».

L'angle de réfraction est différent pour chaque longueur d'onde : l'indice du verre est donc fonction de la longueur d'onde, le verre est un milieu *dispersif* (figure 7.20.).

λ (nm)	Couleur	Indice (verre Crown)	Indice (verre Flint)
486,1	bleu	1,522	1,717
589,6	jaune	1,517	1,701
656,3	rouge	1,514	1,694

Figure 7.20. : Indices optiques de deux types de verre en fonction de la longueur d'onde (le verre Flint contient du plomb)

Cauchy trouva expérimentalement que l'indice d'un milieu dispersif obéissait à la loi :

$$n_{\lambda} = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

où A et B sont des constantes. Cette relation a été démontrée depuis (voir programme de deuxième année).

2) Déviation de la lumière par un prisme : formules du prisme

Nous allons dans ce paragraphe analyser la propagation d'un rayon lumineux monochromatique à travers un prisme. Nous cherchons à déterminer la *déviation* du rayon lumineux, i.e. l'angle D que fait le rayon émergent avec le rayon incident (figure 7.21.). Remarquons que sur cette figure *tous* les angles sont orientés dans le sens positif.

Les deux premières formules du prisme sont simplement l'expression de la deuxième loi de la réfraction appliquée au deux dioptries :

$$\boxed{\sin i = n \sin r} \quad \text{et} \quad \boxed{n \sin r' = \sin i'}$$

De plus, dans les triangles IJS et IJK , la somme des angles est égale à π :

$$A + (\pi/2 - r) + (\pi/2 - r') = \pi \Rightarrow \boxed{r + r' = A}$$

$$(i - r) + (i' - r') + (\pi - D) = \pi \Rightarrow \boxed{D = i + i' - A}$$

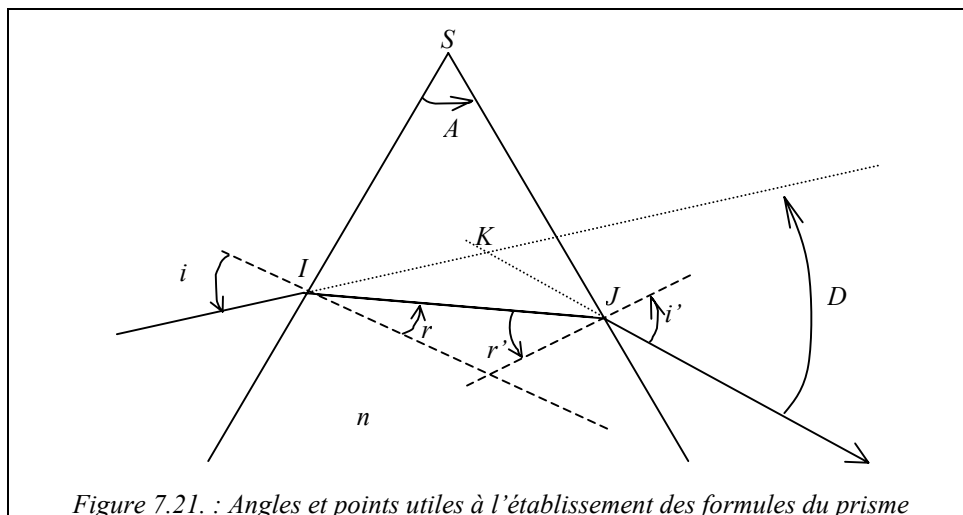


Figure 7.21. : Angles et points utiles à l'établissement des formules du prisme

Si les angles A et i sont petits (figure 7.22.), les formules se simplifient et on obtient :

$$\boxed{D = (n - 1) A}$$

Dans ce cas particulier, la déviation est donc indépendante de l'angle d'incidence.

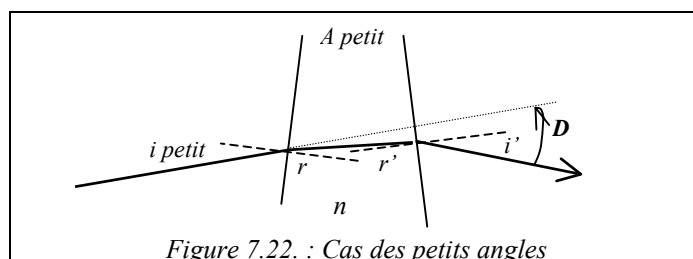


Figure 7.22. : Cas des petits angles

3) Minimum de déviation

Expérimentalement, on constate en faisant varier l'angle d'incidence que la déviation du faisceau lumineux à travers le prisme passe par un minimum, dit *minimum de déviation* du prisme. Montrons théoriquement l'existence de ce minimum. En dérivant les lois du prisme, on obtient :

$$\cos i \, di = n \cos r \, dr ; \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr' ; dr + dr' = 0 ; dD = di + di'$$

On a donc :

$$\frac{di'}{di} = \frac{\frac{n \cos r'}{\cos i'} \, dr'}{\frac{n \cos r}{\cos i} \, dr} = -\frac{\cos r' \cos i}{\cos i' \cos r} \quad \text{d'où} \quad \frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos r' \cos i}{\cos i' \cos r}$$

La déviation passe donc par un extremum (le minimum de déviation observé expérimentalement) lorsque

$$\frac{dD}{di} = 0 \Rightarrow \cos r'_m \cos i_m = \cos i'_m \cos r_m \quad (*)$$

En élevant au carré et en injectant les expressions de i_m et i'_m en fonction de r_m et r'_m :

$$\cos^2 r'_m \times (1 - n^2 \sin^2 r_m) = (1 - n^2 \sin^2 r'_m) \times \cos^2 r_m$$

L'expression étant symétrique par la substitution $r \leftrightarrow r'$, on a donc au minimum de déviation :

$$r_m = r'_m = A/2$$

la dernière égalité provenant de la troisième formule du prisme. Ce résultat implique d'après (*), pour les mêmes raisons de symétrie, que :

$$i_m = i'_m = \arcsin(n \sin(A/2))$$

la dernière égalité provenant de la première formule du prisme. Au minimum de déviation, le faisceau lumineux est donc symétrique par rapport au plan de symétrie du prisme (figure 7.23.).

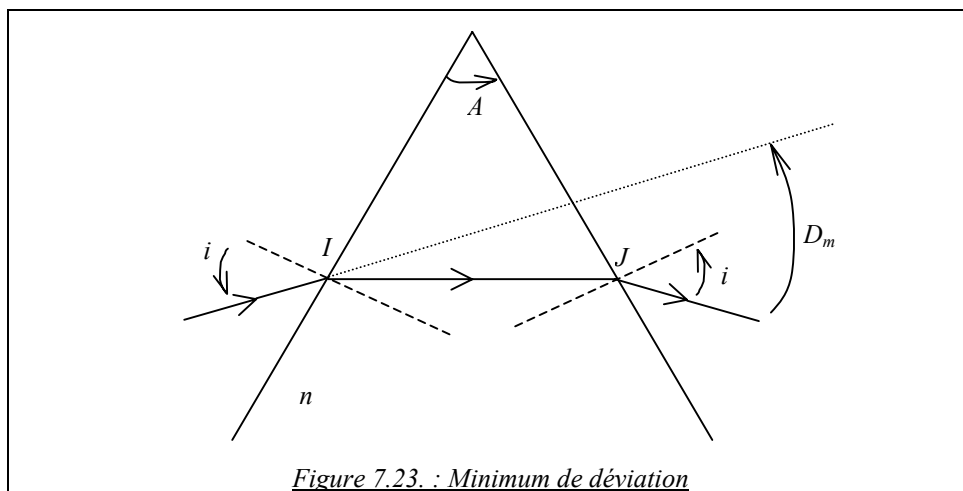


Figure 7.23. : Minimum de déviation

L'existence de ce minimum de déviation est utilisée en pratique pour la mesure d'indice. En effet, lorsque le prisme est à son minimum de déviation, on a :

$$D_m = 2i_m - A = 2 \arcsin(n \sin r_m) - A \Rightarrow (D_m + A)/2 = \arcsin(n \sin(A/2))$$

d'où

$$n = \frac{\sin[(D_m + A)/2]}{\sin(A/2)}$$